

Challenge

2年 数学

チャレンジ問題 5月 ①

(月 日)

名 前

1 直樹さんは、右のように、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和がどんな数になるかを調べています。

21 のとき	$21 + 12 = 33$
35 のとき	$35 + 53 = 88$
47 のとき	$47 + 74 = 121$
82 のとき	<input type="text" value="①"/>

$33 = 11 \times 3$
 $88 = 11 \times 8$
 $121 = 11 \times 11$
いつでも 11 の倍数になるのかな。

そして、直樹さんは、次のことを予想しました。

直樹さんの予想

2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は、11の倍数になる。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 上の に当てはまる式を書きなさい。

(2) 直樹さんの予想が正しいことの説明を完成しなさい。

説明

2けたの自然数の十の位の数を x 、一の位の数を y とすると、2けたの自然数は、 $10x + y$ 、十の位の数と一の位の数を入れかえた数は、 $10y + x$ と表される。したがって、それらの和は、

$$(10x + y) + (10y + x) =$$

(3) 直樹さんは、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は、どんな数になるかを考えてみたいと思い、いくつかの場合を調べました。

41のとき	$41 - 14 = 27$	53のとき	$53 - 35 = 18$
82のとき	$82 - 28 = 54$...	

これらのことから、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差について、どのようなことが予想できますか。

前ページの直樹さんの予想のように、「～は、……になる。」という形で答えなさい。ただし、55のように、十の位の数と一の位の数が等しい数は考えないことにします。

(予想)

Challenge

2年 数学

チャレンジ問題 5月 ① (月 日)

名前	解答
----	----

1 直樹さんは、右のように、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和がどんな数になるかを調べています。

21 のとき	$21 + 12 = 33$
35 のとき	$35 + 53 = 88$
47 のとき	$47 + 74 = 121$
82 のとき	<input type="text" value="①"/>

33 = 11 × 3
88 = 11 × 8
121 = 11 × 11
いつでも 11 の倍数になるのかな。



直樹さんの予想

2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は、11の倍数になる。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

82と、十の位と一の位を入れ替えた28をたします。

(1) 上の に当てはまる式を書きなさい。

$$82 + 28 = 110$$

(2) 直樹さんの予想が正しいことの説明を完成しなさい。

説明 2数の和を文字式を使って表し、その式が「11×整数」の形になることを説明しましょう。

2けたの自然数の十の位の数を x 、一の位の数を y とすると、2けたの自然数は、 $10x + y$ 、十の位の数と一の位の数を入れかえた数は、 $10y + x$ と表される。したがって、それらの和は、

$$(10x + y) + (10y + x)$$

例1 $= 11x + 11y = 11(x + y)$

$x + y$ は自然数だから、 $11(x + y)$ は11の倍数である。

例2 $= 11x + 11y$

$11x$ 、 $11y$ が11の倍数で、11の倍数の和は11の倍数だから、 $11x + 11y$ は11の倍数である。

(3) 直樹さんは、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は、どんな数になるかを考えてみたいと思い、いくつかの場合を調べました。

41のとき $41 - 14 = 27$ 53のとき $53 - 35 = 18$

82のとき $82 - 28 = 54$. . .

これらのことから、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差について、どのようなことが予想できますか。前ページの直樹さんの予想のように、「～は、……になる。」という形で答えなさい。ただし、55のように、十の位の数と一の位の数が等しい数は考えないことにします。

(予想) 例に挙げた差はもとに、 $27 = 9 \times 3$ 、 $18 = 9 \times 2$ のようにきまりを見つけましょう。

例1 2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は、9の倍数になる。

例2 2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は、もとの2けたの自然数の十の位の数と一の位の数の差が5であるとき、5の倍数になる。

(参考) 過去の調査における正答率

問題番号	調査の名称 (実施学年)	正答率 (%)
1	(1)	76.4
	(2)	39.7
	(3)	49.2

※正答率は3学年

(参考) 解答類型及び過去の調査における反応率 (3学年)

- ◎ … 解答として求める条件をすべて満たしている正答
- … 設問の趣旨に即し必要な条件を満たしている正答

問題番号	解答類型	反応率 (%)	正答		
1	(1)	82+28=110 と解答しているもの (82+28は28+82でもよい。以下同様。)	76.4	◎	
		110=11×10 と解答しているもの	0.0		
		110 と解答しているもの	6.1		
		82+28のみを解答しているもの または、82+28の計算を誤っているもの	7.9		
		上記以外の解答	4.2		
		無解答	5.3		
		(2)	(正答の条件) <11(x+y)と計算している場合> 次の(a),(b)を記述している。 (a) x+yは自然数だから, (b) 11(x+y)は11の倍数である。		
	<11x+11yと計算している場合> 次の(c),(d)を記述している。 (c) 11x, 11yが11の倍数で、11の倍数の和は11の倍数だから, (d) 11x+11yは11の倍数である。				
	(正答例) 例1 11(x+y) x+yは自然数だから、11(x+y)は11の倍数である。 例2 11x+11y 11x, 11yが11の倍数で、11の倍数の和は11の倍数だから、 11x+11yは11の倍数である。				
	11(x+y)		(a),(b)の両方を記述しているもの	13.1	◎
			(a),(b)のどちらか一方を記述しているもの	12.4	○
			(a),(b)の両方を記述していないもの	3.7	○
			(a),(b)の記述に誤りがあるもの	2.3	
	11x+11y		(c),(d)の両方を記述しているもの	0.4	◎
			(c),(d)のどちらか一方を記述しているもの	10.1	○
			(c),(d)の両方を記述していないもの	17.9	
		(c),(d)の記述に誤りがあるもの	4.3		
上記以外の解答	9.0				
無解答	26.8				

問題番号	解答類型	反応率(%)	正答	
(3)	<p>(正答の条件) 「〇〇は、◇◇になる。」という形で、(a)、(b)または(a)、(c)の条件を満たし、成り立つ事柄を記述している。 (a) 〇〇が「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差」である。 (b) ◇◇が、次のいずれかである。 ・9の倍数または3の倍数 ・十の位の数と一の位の数の和が9 ・もとの2けたの自然数の十の位の数と一の位の数の差の9倍 (c) ◇◇が、もとの2けたの自然数の十の位の数と一の位の数の差に着目したものである。</p> <p>////////////////////////////////////</p> <p>(正答例) 例1 2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は、9の倍数になる。 例2 2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は、もとの2けたの自然数の十の位の数と一の位の数の差が5であるとき、5の倍数になる。</p>			
	1	(a)、(b)の条件を満たして記述しているもの	44.8	◎
	2	上記1で、(a)の「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差」に関する記述が十分でないもの	4.2	○
	3	上記1で、〇〇がなく、(b)の条件を満たして記述しているもの(例)9の倍数になる。	1.0	
	4	(a)、(c)の条件を満たして記述しているもの	0.0	◎
	5	上記4で、(a)の「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差」に関する記述が十分でないもの	0.0	○
	6	上記4で、〇〇がなく、(b)の条件を満たして記述しているもの	0.0	
	7	(a)の条件を満たして記述しているもの(「2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差」に関する記述が十分でないものを含む。)	0.2	○
	8	上記以外で、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差の性質について記述しているもの	1.7	
		上記以外の解答	11.9	
		無解答	36.1	