Challenge　３年 数学

チャレンジ問題　２月②

（　　月　　日）

名　前	

1　みずきさんとふたばさんは，倍数の判定法について考えています。

みずきさん「どんな数でも，下１けたが偶数ならば，２の倍数だよ。」
ふたばさん「確かにそうだね。各位の数をたして，その数が３でわりきれれば，その数は，３の倍数だよ。」
みずきさん「本当にそうなの？」
ふたばさん「たしかめてみましょうか。」
「例えば，528は３でわると商が17とわりきれる数でしょう。そして，その数の各位の数の和は，５＋２＋８＝15となって３でわりきれるじゃない。」
みずきさん「本当だ。この３けたの528は，『各位の和15が３でわりきれるから，３の倍数である。』といってもいいのかもしれないね。」

次の各問いに答えなさい。

（１）ふたばさんの言うように，各位の数の和が３の倍数となる，４けたの数を一つ書きなさい。

（２）みずきさんは，ふたばさんの言った判定法が正しいことを，４けたの数の場合で，文字を使って次のように証明しました。証明を完成させなさい。

a，b，c，d をそれぞれ１けたの整数とする。ただし，a は０ではない数とする。
４けたの整数は，$1000a+100b+10c+d$　・・・・・・・・・①
と表すことができる。
これを変形すると，

$1000a+100b+10c+d$
$=999a+99b+9c+a+b+c+d$　・・・・・・・・・②
$=3(333a+33b+3c)+a+b+c+d$　・・・・・・・・・③

（３）ふたばさんは，「２×３＝６であることを利用すれば，６の倍数も簡単判定できるね」といっています。６の倍数はどのように判定すればよいか，その方法を説明しなさい。

Challenge　３年 数学

チャレンジ問題　２月②

（　　月　　日）

名　前	解　　答

1　みずきさんとふたばさんは，倍数の判定法について考えています。

みずきさん「どんな数でも，下１けたが偶数ならば，２の倍数だよ。」
ふたばさん「確かにそうだね。各位の数をたして，その数が３でわりきれれば，その数は，３の倍数だよ。」
みずきさん「本当にそうなの？」
ふたばさん「たしかめてみましょうか。」
「例えば，528は３でわると商が17とわりきれる数でしょう。そして，その数の各位の数の和は，５＋２＋８＝15となって３でわりきれるじゃない。」
みずきさん「本当だ。この３けたの528は，『各位の和15が３でわりきれるから，３の倍数である。』といってもいいのかもしれないね。」

次の各問いに答えなさい。

（１）ふたばさんの言うように，各位の数の和が３の倍数となる，４けたの数を一つ書きなさい。

（例）　2163

2163 のように，２＋１＋６＋３＝12（３×４）となる４けたの数を書きます。

（２）みずきさんは，ふたばさんの言った判定法が正しいことを，４けたの数の場合で，文字を使って次のように証明しました。証明を完成させなさい。

a，b，c，d をそれぞれ１けたの整数とする。ただし，a は０ではない数とする。
４けたの整数は，$1000a+100b+10c+d$　・・・・・・・・・①
と表すことができる。
これを変形すると，
$1000a+100b+10c+d$
$=999a+99b+9c+a+b+c+d$　・・・・・・・・・②
$=3(333a+33b+3c)+a+b+c+d$　・・・・・・・・・③

a, b, c, d の和が３の倍数であるという仮定から，$a+b+c+d=3e$ とおいて，$3(333a+33b+3c+e)$ と表しても証明できますね。

（例）仮定から，$a+b+c+d$ は３で割り切れるので，３の倍数であり，$333a+33b+3c$ は整数なので，$3(333a+33b+3c)$ は３の倍数である。したがって，$3(333a+33b+3c)+a+b+c+d$ は３の倍数である。

（３）ふたばさんは，「２×３＝６であることを利用すれば，６の倍数も簡単判定できるね」といっています。６の倍数はどのように判定すればよいか，その方法を説明しなさい。

（例）下一けたが偶数で各位の数の和が３の倍数であれば，６の倍数である。

３の倍数であり，かつ２の倍数（偶数）である数が，６の倍数になります。(2)から，各位の数の和が３の倍数になるとその数は３の倍数であり，下１けたが偶数になると，その数は２の倍数となるので，６の倍数にもあります。

（参考）過去の調査における正答率

問題番号		調査の名称（実施学年）	正答率（%）
1	(1)～(3)		——

（参考）解答類型及び過去の調査における反応率

◎ … 解答として求める条件をすべて満たしている正答
○ … 設問の趣旨に即し必要な条件を満たしている正答

問題番号		解答類型	反応率（%）	自校の反応率	正答
1	(1)	2163　6789　など，各位の数の和が３の倍数となる，４けたの数			◎
		216　678　など，各位の数の和が３の倍数となる，３けたの数			
		3163　5678　など，各位の数の和が３の倍数とならない，４けたの数			
		上記以外の解答			
		無解答			
	(2)	（正答の条件） 次の（ア），（イ），（ウ）を記述しているもの。 （ア）　仮定から，$a+b+c+d$ は３で割り切れるので，３の倍数 （イ）　$333a+33b+c$ は整数なので，$3(333a+33b+c)$ は３の倍数 （ウ）　したがって，$3(333a+33b+3c)+a+b+c+d$ は３の倍数である。 （正答例） $=3(333a+33b+3c)+a+b+c+d$　の後に 仮定から，$a+b+c+d$ は３で割り切れるので，３の倍数であり， $333a+33b+3c$ は整数なので，$3(333a+33b+3c)$ は３の倍数である。 したがって，$3(333a+33b+3c)+a+b+c+d$ は３の倍数である。			
		（ア），（イ），（ウ）のすべてを記述しているもの			◎
		（ア），（ウ）または（イ），（ウ）を記述しているもの。 （ア），（ウ）を記述しているもの 例　$3(333a+33b+3c)+a+b+c+d$ 仮定から，$a+b+c+d$ は３で割り切れるので，３の倍数である。 したがって,$3(333a+33b+3c)+a+b+c+d$ は３の倍数である。 （イ），（ウ）を記述しているもの 例　$3(333a+33b+3c)+a+b+c+d$ $333a+33b+3c$ は整数なので，$3(333a+33b+3c)$ は３の倍数である。 したがって，$3(333a+33b+3c)+a+b+c+d$ は，３の倍数である。			○
		（ア），（イ）の両方を記述していないもの。 例　$3(333a+33b+3c)+a+b+c+d$　となるので，３の倍数である。			
		（ア），（イ），（ウ）の記述に誤りがあるもの。			
		上記以外の解答			
		無解答			
	(3)	「下一けたが偶数で各位の数の和が３の倍数であれば，６の倍数である。」と２つの条件を解答しているもの。			◎
		「下一けたが偶数」「各位の数の和が３の倍数」のどちらか一方のみを理由として解答しているもの。			
		上記以外の解答			
		無解答			