

Challenge

3年 数学

チャレンジ問題 3月 ②

(月 日)

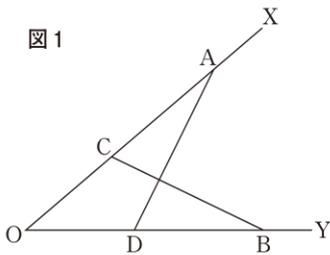
名 前	
-----	--

1 拓也さんは、次の**問題**を考えています。拓也さんは、証明の方針を下のようなメモにまとめました。

問題

下の図1のように、 $\angle XOY$ の辺OXと辺OY上に、 $OA=OB$ となるように点Aと点Bを、 $OC=OD$ となるように点Cと点Dを、それぞれとります。

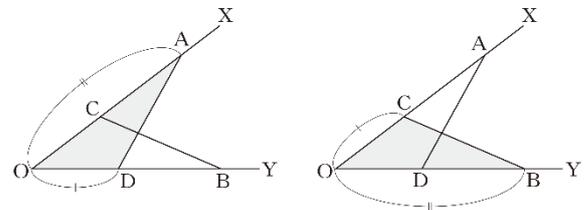
点Aと点D、点Bと点Cをそれぞれ結ぶとき、 $AD=BC$ となることを証明しなさい。



拓也さんのメモ

① $AD=BC$ を証明するためには、 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ の合同を示せばよい。

② 図1の $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ を見やすくするために、2つの図に分けて、仮定を表すと、下のようになる。



③ ②をもとにすると、 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ の合同が示せそうだ。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 拓也さんのメモの①にあるように、 $AD=BC$ を証明するために、 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ の合同を示せばよいのは、合同な図形のどのような性質からですか。

下のアからエの中から1つ選びなさい。

- ア 合同な図形の対応する辺の長さは等しい。
- イ 合同な図形の対応する角の大きさは等しい。
- ウ 合同な図形の周の長さは等しい。
- エ 合同な図形の面積は等しい。

(2) 上記の**問題**で、 $AD=BC$ になることを証明しなさい。

証明

(3) 拓也さんは、 $AD=BC$ を、 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ をもとにして証明しました。 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ をもとにすると、上記の**問題**の図形について、 $AD=BC$ 以外に新しいことが分かります。それを、下のアからエの中から1つ選びなさい。

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| ア $OC=OD$ | イ $OC=BD$ |
| ウ $\angle OAD=\angle OBC$ | エ $\angle OAD=\angle BOC$ |

Challenge

3年 数学

チャレンジ問題 3月 ② (月 日)

名 前	解 答
-----	-----

1 拓也さんは、次の問題を考えています。拓也さんは、証明の方針を下のようなメモにまとめました。

問題

下の図1のように、 $\angle XOY$ の辺OXと辺OY上に、 $OA=OB$ となるように点Aと点Bを、 $OC=OD$ となるように点Cと点Dを、それぞれとります。

点Aと点D、点Bと点Cをそれぞれ結ぶとき、 $AD=BC$ となることを証明しなさい。

拓也さんのメモ

① $AD=BC$ を証明するためには、 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ の合同を示せばよい。

② 図1の $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ を見やすくするために、2つの図に分けて、仮定を表すと、下のようになる。

③ ②をもとにすると、 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ の合同が示せそうだ。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 拓也さんのメモの①にあるように、 $AD=BC$ を証明するために、 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ の合同を示せばよいのは、合同な図形のどのような性質からですか。

下のアからエの中から1つ選びなさい。

- ア 合同な図形の対応する辺の長さは等しい。
- イ 合同な図形の対応する角の大きさは等しい。
- ウ 合同な図形の周の長さは等しい。
- エ 合同な図形の面積は等しい。

辺が等しいことをいうので、合同な図形の対応する辺が等しいという性質を使います。

ア

(2) 上記の問題で、 $AD=BC$ になることを証明しなさい。

証明 (正答例)

仮定からいえる2組の辺と、共通の角で三角形の合同を証明します。

$\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ において

仮定から、 $OA=OB$ ……① $OD=OC$ ……②

共通な角だから、 $\angle AOD=\angle BOC$ ……③

①, ②, ③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$
 合同な図形の対応する辺の長さは等しいから、 $AD=BC$

(3) 拓也さんは、 $AD=BC$ を、 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ をもとにして証明しました。 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$ をもとにすると、上記の問題の図形について、 $AD=BC$ 以外に新しいことがわかります。それを、下のアからエの中から1つ選びなさい。

- ア $OC=OD$ イ $OC=BD$
- ウ $\angle OAD=\angle OBC$ エ $\angle OAD=\angle BOC$

ウ

合同な三角形の、他の対応する辺や角も等しいことがいえます。

(参考) 過去の調査における正答率

問題番号	調査の名称 (実施学年)	正答率 (%)
1	(1)	64.0
	(2)	44.2
	(3)	67.0

(参考) 解答類型及び過去の調査における反応率

- ◎ … 解答として求める条件をすべて満たしている正答
- … 設問の趣旨に即し必要な条件を満たしている正答

問題番号	解答類型	反応率 (%)	自校の反応率	正答		
1	(1)	ア と解答しているもの	64.0		◎	
		イ と解答しているもの	17.2			
		ウ と解答しているもの	6.4			
		エ と解答しているもの	10.7			
		上記以外の解答	0.0			
		無解答	1.7			
	(2)	(正答の条件) 次の(a), (b), (c), (d)とその根拠を記述し、証明している。 (a) $OA=OB$, $OD=OC$ (順番は不問) (b) $\angle AOD=\angle BOC$ (c) $\triangle AOD\equiv\triangle BOC$ (d) $AD=BC$ (正答例) $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ において 仮定から, $OA=OB$ ……① $OD=OC$ ……② 共通な角だから, $\angle AOD=\angle BOC$ ……③ ①, ②, ③より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから, $\triangle AOD\equiv\triangle BOC$ 合同な図形の対応する辺の長さは等しいから, $AD=BC$				
		1 (a), (b), (c), (d)とその根拠を記述しているもの	34.8		◎	
		2 上記1で, 表現が十分でなかったり, 記号を書き忘れていたりするが, 証明の筋道が正しいと分かるもの 例 角の記号(\angle)を書き忘れている。	9.4		○	
		3 仮定として(a)と(d)を記述しているもの	0.8			
		4 (a)のみ記述しているもの または, (a)を記述し, 仮定として(d)以外の誤った条件を記述しているもの	4.5			
		5 上記の1, 2で, (d)を記述していないか, または誤った結論を記述しているもの	1.8			
		6 上記の1, 2, 5で, 根拠に誤りがあるもの 例 $\angle AOD=\angle BOC$ の根拠として「対頂角の性質から」などと記述している。	3.2			
		7 上記以外の解答	17.7			
		8 無解答	27.8			
		(3)	ア と解答しているもの	14.4		
			イ と解答しているもの	8.7		
			ウ と解答しているもの	67.0		◎
			エ と解答しているもの	7.7		
			上記以外の解答	0.0		
無解答	2.2					