

# Challenge

3年 数学

## チャレンジ問題 7月 ②

( 月 日)

名前

- 1 健一さんは、連続する3つの自然数について、それらの和がどんな数になるかを、次のように調べ、これらの結果から右のように予想しました。

1, 2, 3のとき  $1 + 2 + 3 = 6 = 2 \times 3$

4, 5, 6のとき  $4 + 5 + 6 = 15 = 5 \times 3$

6, 7, 8のとき  $6 + 7 + 8 = 21 = 7 \times 3$

健一さんの予想

連続する3つの自然数の和は、  
中央の自然数の3倍になる。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 連続する3つの自然数が11, 12, 13のとき、健一さんの予想が成り立つかどうかを確かめるためには、下の(あ)にどのような式を書けばよいですか。当てはまる式を書きなさい。

11, 12, 13のとき  $11 + 12 + 13 = 36 = (\text{あ})$

- (2) 健一さんの予想が正しいことは、次のように説明できます。

説明1

連続する3つの自然数のうち、最も小さい自然数を  $n$  とすると、  
連続する3つの自然数は、 $n$ ,  $n+1$ ,  $n+2$  と表される。

それらの和は、 $n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3$   
 $= 3(n+1)$

$n+1$  は中央の自然数だから、 $3(n+1)$  は中央の自然数の3倍である。  
したがって、連続する3つの自然数の和は、中央の自然数の3倍である。

説明1では、 $3n+3$ を $3(n+1)$ と変形しています。

このように変形するのは、次のことを示すためです。

①, ② に当てはまる文字式や数を書きなさい。

連続する3つの自然数  $n$ ,  $n+1$ ,  $n+2$  の和が、  
中央の自然数 ① の ② 倍であること。

①	
②	

- (3) 説明1から、連続する5つの自然数について、次のことが予想されます。

予想 連続する5つの自然数の和は、中央の自然数の5倍になる。

この予想は正しいといえます。説明1を参考にして、この予想が正しいことの説明を完成させなさい。

連続する5つの自然数のうち、最も小さい自然数を  $n$  とすると、  
連続する5つの自然数は、 $n$ ,  $n+1$ ,  $n+2$ ,  $n+3$ ,  $n+4$   
と表される。それらの和は、

$$\begin{aligned} & n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4) \\ &= n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4 \\ &= \end{aligned}$$

したがって、連続する5つの自然数の和は、中央の自然数の5倍である。

# Challenge

3年 数学

## チャレンジ問題 7月 ②

( 月 日)

名 前

解 答

- 1 健一さんは、連続する3つの自然数について、それらの和がどんな数になるかを、次のように調べ、これらの結果から右のように予想しました。

1, 2, 3のとき  $1 + 2 + 3 = 6 = 2 \times 3$

4, 5, 6のとき  $4 + 5 + 6 = 15 = 5 \times 3$

6, 7, 8のとき  $6 + 7 + 8 = 21 = 7 \times 3$

健一さんの予想

連続する3つの自然数の和は、  
中央の自然数の3倍になる。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 連続する3つの自然数が11, 12, 13のとき、健一さんの予想が成り立つかどうかを確かめるためには、下の(あ)にどのような式を書けばよいですか。当てはまる式を書きなさい。

36が中央の自然数12の3倍であることが分かるように式を変形しましょう。

$12 \times 3$

11, 12, 13のとき  $11 + 12 + 13 = 36 = (\text{あ})$

- (2) 健一さんの予想が正しいことは、次のように説明できます。

説明1

和の式をまとめた $3(n+1)$ に注目しましょう。 $n+1$ が中央の自然数を表します。

連続する3つの自然数のうち、最も小さい自然数を $n$ とすると、連続する3つの自然数は、 $n, n+1, n+2$ と表される。

それらの和は、 $n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3$   
 $= 3(n+1)$

$n+1$ は中央の自然数だから、 $3(n+1)$ は中央の自然数の3倍である。したがって、連続する3つの自然数の和は、中央の自然数の3倍である。

説明1では、 $3n+3$ を $3(n+1)$ と変形しています。

このように変形するのは、次のことを示すためです。

①, ②に当てはまる文字式や数を書きなさい。

連続する3つの自然数 $n, n+1, n+2$ の和が、  
中央の自然数 ① の ② 倍であること。

①	$n+1$
②	3

- (3) 説明1から、連続する5つの自然数について、次のことが予想されます。

予想

連続する5つの自然数の和は、中央の自然数の5倍になる。

この予想は正しいといえます。説明1を参考にして、この予想が正しいことの説明

を完成させなさい。この場合には、中央の自然数が $n+2$ となるので、最後の式が $5(n+2)$ となるように式変形をします。

連続する5つの自然数のうち、最も小さい自然数を $n$ とすると、連続する5つの自然数は、 $n, n+1, n+2, n+3, n+4$ と表される。それらの和は、

$n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4)$

$= n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4$

$= 5n + 5 = 5(n+2)$

$n+2$ は中央の自然数だから、 $5(n+2)$ は中央の自然数の5倍である。

したがって、連続する5つの自然数の和は、中央の自然数の5倍である。

(参考) 過去の調査における正答率

問題番号	調査の名称 (実施学年)	正答率 (%)
1	(1)	
	(2)	平成23年度全国学力・学習状況調査B (中3年)
	(3)	

(参考) 解答類型及び過去の調査における反応率

- ◎ … 解答として求める条件をすべて満たしている正答
- … 設問の趣旨に即し必要な条件を満たしている正答

問題番号	解答類型	反応率 (%)	自校の反応率	正答		
1	(1)	$12 \times 3$ と解答しているもの。			◎	
		$3 \times 12$ と解答しているもの。			○	
		$12 + 12 + 12$ と解答しているもの。			○	
		$\square \times 3$ のように、 $\square$ に12以外の自然数を入れて解答しているもの。 ( $3 \times \square$ でもよい。以下同様。)				
		言葉や文字を用いて解答しているもの。				
		例1 (自然数) $\times 3$				
		例2 $n \times 3$				
		上記1, 2以外で、積が36になる乗法の式を解答しているもの。				
	例 $9 \times 4$					
	上記以外の解答					
	無解答					
	(2)	①	②			
		$n+1$ と解答しているもの。	3 と解答しているもの。			◎
			上記以外の解答			
			無解答			
$n$ または $n+2$ と解答しているもの。		3 と解答しているもの。				
		上記以外の解答				
	無解答					
	3 と解答しているもの	$n+1$ と解答しているもの。				
	上記以外の解答, または無解答	3 と解答しているもの。				
	上記以外の解答					
	無解答					
(3)	(正答の条件)					
	〈 $5(n+2)$ と計算している場合 〉					
	次の (a), (b) を記述しているもの。					
	(a) $n+2$ は中央の自然数だから,					
	(b) $5(n+2)$ は中央の自然数の5倍である。					
	〈 $5n+10$ と計算している場合 〉					
	次の (c), (d), (e) を記述しているもの。					
	(c) $5n+10$ から $n+2$ を求めている。					
	(d) $n+2$ が中央の自然数だから,					
	(e) $5n+10$ は中央の自然数の5倍である。					
(正答例)						
例1	$5(n+2)$ $n+2$ は中央の自然数だから, $5(n+2)$ は中央の自然数の5倍である。 (解答類型1)					
例2	$5n+10$ $(5n+10) \div 5 = n+2$ ここで $n+2$ は中央の自然数だから, $5n+10$ は中央の自然数の5倍である。 (解答類型2)					

5 (n+2)	(a), (b) の両方を記述しているもの。			◎
	(a), (b) のどちらか一方を記述しているもの。  〈(a) のみを記述しているもの〉 例 5 (n+2) (n+2) は中央の自然数であるからいえる。			○
	〈(b) のみを記述しているもの〉 例 5 (n+2) よって, 5 (n+2) は中央の自然数の5倍である。			
	(a), (b) の両方を記述していないもの。  例 5 (n+2)			○
5n+10	(a), (b) の記述に誤りがあるもの。			
	(c), (d), (e) の全てを記述しているもの。 (cと(d), または(c)と(e)を記述しているもの。  〈(c)と(d)を記述しているもの。〉 例 5n+10 (5n+10) ÷ 5 = n+2 n+2は中央の自然数なのでいえる。  〈(c)と(e)を記述しているもの。〉 例 5n+10 (5n+10) ÷ 5 = n+2 よって, 5n+10は中央の自然数の5倍である。			◎
5n+10	次のいずれかについて記述しているもの。 ・(d)と(e)を記述しているもの。 ・(c)のみを記述しているもの。 ・(d)のみを記述しているもの。 ・(e)のみを記述しているもの。 ・(c), (d), (e)を記述していないもの。  〈(d)と(e)を記述しているもの〉 例 5n+10 n+2は中央の自然数だから, 5n+10は中央の自然数の5倍である。 〈(e)のみを記述しているもの〉  例 5n+10 よって, 5n+10は中央の自然数の5倍である。			
	〈(c), (d), (e)を記述していないもの〉 例 5n+10 (c), (d), (e)の記述に誤りがあるもの。			
	上記以外の解答			
	無解答			